

Aufgabe 3 (15 Punkte ohne Gewähr)

Für Forschungszwecke werden 10g radioaktives Material Cäsium 137 beschafft. Es hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.

- a(3) Stellen Sie die zur obigen Aufgabenstellung zugehörige Differentialgleichung auf.
- b(3) Lösen Sie die gefundene Differentialgleichung unter Berücksichtigung der gegebenen Anfangsbedingung.
- c(3) Bestimmen Sie aus der Halbwertszeit die Zerfallskonstante k und geben Sie das Zerfallsgesetz für Cäsium 137
- d(3) Wieviel Cäsium 137 ist nach 100 Jahren zerfallen (zur Kontrolle: $k = 0,0231$)
- e(3) Nach welcher Zeit sind noch 30% der ursprünglichen Aktivität messbar?

Anleitung:

Neue Masse = Alte Masse - Verlust

und für den Verlust gilt:

Der Verlust ist proportional zur aktuell vorhandenen Masse und zur Zerfallskonstanten k und zur vergangenen Zeit.

a)

$$C(t+\Delta t) = C(t) - C(t) \cdot k \cdot \Delta t$$
$$\Rightarrow C(t+\Delta t) - C(t) = -C(t) \cdot k$$
$$\Rightarrow \frac{C(t+\Delta t) - C(t)}{\Delta t} = -C(t) \cdot k \quad \Rightarrow \quad \boxed{C'(t) = -C(t) \cdot k \quad \text{mit } C(0) = 10}$$

b)

$$\frac{dC}{dt} \cdot \frac{1}{C} = -k$$
$$\int \frac{1}{C} dC = \int -k dt \quad \Rightarrow \quad \ln C = -k \cdot t + \text{Konst.}$$
$$\Rightarrow C(t) = e^{-kt + \text{Konst.}} = e^{-kt} \cdot e^{\text{Konst.}}$$
$$= e^{-kt} \cdot \text{Konst. 2}$$
$$\Rightarrow C(0) = e^{-k \cdot 0} \cdot \text{Konst. 2} \stackrel{!}{=} 10$$
$$\Rightarrow \text{Konst. 2} = 10$$

\Rightarrow

Lösung der DGL
mit Anfbed $C(0) = 10$

$$\underline{\underline{C(t) = 10 \cdot e^{-kt}}} \quad \text{Ⓟ}$$