

# Klausur Mathematik II (Analysis)

Semester:	AI2 Bachelor <b>Sommersemester 18</b> , 06.07.18
Bearbeitungszeit:	60 Minuten
Hilfsmittel:	alle, außer programmierbare Taschenrechner und Computer
Punkteverteilung:	angegebene Zahlen sind Richtwerte (ohne Gewähr)

**Event:.....3608 Kennziffer:3811/33808**

Lösen Sie die Aufgaben soweit möglich auf dem Aufgabenblatt

**Aufgabenblatt bitte nicht vor Beginn der Klausur  
umdrehen**

**Name:.....**

**MatrikelNr:.....**

<b>Aufgabe</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>3 Ers.</b>	<b>Sum</b>
<b>Punkte</b>					

**Aufgabe 1 (15 Punkte, ohne Gewähr)**

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = e^x - e^{-x}$ .

- a(5)** Entwickeln Sie  $f$  in ein Taylorpolynom in einem (beliebigen) Punkt  $x_0 = a$  bis zum Grad 3 (Polynom vom Grad  $\leq 3$ ).
- b(5)** Wählen Sie nun den speziellen Entwicklungspunkt  $x_0 = a = 0$  und zeigen Sie, daß das obige Taylorpolynom für diesen Entwicklungspunkt eine ungerade Funktion ist.
- c(5)** Geben Sie die Funktion für das Restglied dieses Taylorpolynoms für eine beliebige Stelle  $x$  an und berechnen Sie das Restglied dieses Taylorpolynoms für die Stelle  $x=0$

## Aufgabe 2 (20 Punkte, ohne Gewähr)

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = (x + y + 1)^3 - 27xy$$

- a(15)** Zeigen Sie, dass als Kandidaten für lokale Extrema die Punkte  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  und  $(1,1)$  in Frage kommen. Bestimmen Sie nun das lokale Minimum/Maximum von  $f$ .
- b(5)** Bestimmen Sie die Tangentialabbildung  $g$  von  $f$  im Punkt  $(0,0)$  und berechnen Sie die Differenz zwischen der Funktion  $f$  und der Tangentialabbildung  $g$  in den Punkten  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  und  $(0,0)$

### **Aufgabe 3 (15 Punkte ohne Gewähr)**

Ein Tank im Chemielabor enthalte 1000 l Wasser, in dem anfänglich 50 kg Salz gelöst sind. Pro Minute werden kontinuierlich 10 Liter Salzlösung entnommen und 10 Liter Wasser mit einem Salzgehalt von 2 kg zugeführt. (Es wird vorausgesetzt, dass die Salzverteilung im Tank stets homogen ist). Wieviel Salz befindet sich nach 1 Stunde im Tank?

Platz für Berechnungen

### Aufgabe 3 Ersatz(10 Punkte ohne Gewähr)

Falls es Ihnen nicht gelingt, eine entsprechende Differentialgleichung aufzustellen, können Sie folgende Ersatzaufgabe lösen:

**a(7)** Lösen Sie die folgende Differentialgleichung:

$$y'(x) = e^{x-y(x)-e^{y(x)}} \quad \text{mit der Anfangsbedingung} \quad y(1) = 0 .$$

**b(3)** Überprüfen Sie Ihre gefundene Lösung durch eine Probe.

**Bemerkung: Bearbeiten Sie nur eine Alternative ( Für Aufgabe 3 gibt es nicht mehr als 15 Punkte ohne Gewähr)**