Klausur Mathematik II (Analysis)

Semester:	AI2 Bachelor **Sommersemester 17**, 12.07.17
Bearbeitungszeit:	60 Minuten
Hilfsmittel:	alle, außer programmierbare Taschenrechner und Computer
Punkteverteilung:	angegebene Zahlen sind Richtwerte (ohne Gewähr)

Event:.....3608 Kennziffer:3811/4505

Lösen Sie die Aufgaben soweit möglich auf dem Aufgabenblatt

Aufgabenblatt bitte nicht vor Beginn der Klausur umdrehen

Name:......................................

MatrikelNr:.............................

Aufgabe	1	2	3a	3b	3c	3 Ers.	Sum
Punkte							

Aufgabe 1 (15 Punkte, ohne Gewähr)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = ln(2x+3)$.

a(5) Bestimmen Sie das Taylorpolynom dritten Grades von f im Entwicklungspunkt $x_0 = -1$

b(5) Ermitteln Sie einen allgemeinen Ausdruck für $f^{(n)}(x)$. Beweisen Sie diesen Ausdruck mittels vollständiger Induktion und geben die TAYLOR REIHE von f im Entwicklungspunkt x_0 an

c(5) Zeigen Sie mit Hilfe von b), daß $ln(\frac{3}{2}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{(n+1)}}{n \cdot 2^n}$

Aufgabe 2 (15 Punkte, ohne Gewähr)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = xy^2 - x^2y - \frac{1}{3}y^3 + y$$

a(4) Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von f

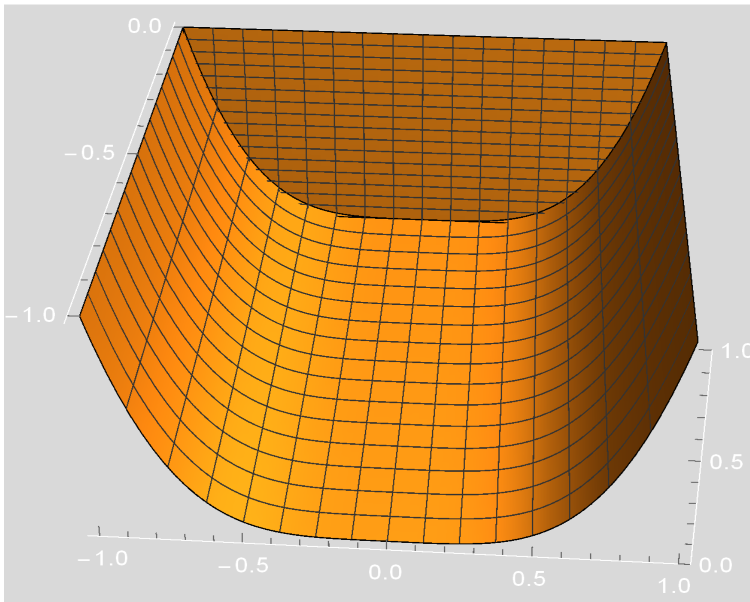
b(4) Berechnen Sie alle Extremwertkandidaten von f

c(4) Prüfen Sie für alle Extremwertkandidaten die **nicht** auf der x-Achse liegen ob es sich jeweils um ein Maximum oder ein Minimum oder ein Sattelpunkt handelt

d(3) Betrachten Sie nun den Schnitt der Funktion mit der Ebene x=2 und bestimmen Sie Extrempunkte unter dieser Nebenbedingung. Das heißt: Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion wenn eine Ortskurve beispielsweise vom Punkt (2,0) zum Punkt (2,4) durchlaufen wird.

Aufgabe 3 (15 Punkte ohne Gewähr)

Eine Badewanne der Breite 0,8m der Länge 2m und der Form f(x) = x^4 ist zu 0,8 m mit Wasser gefüllt. Der Abfluß befindet sich in der Mitte und hat einen Querschnitt von 0,0004 m^2.
Abflussgeschwindigkeit: v(t) = $2 \cdot \sqrt{5y(t)} m/s$ (Gesetz von Torricelli)
wobei y(t) die aktuelle Höhe des Flüssigkeitsspiegels über dem Auslass ist.



Wie lange dauert es bis die Wanne leer ist? Bearbeiten Sie dazu die folgenden Punkte:

a(7) Stellen Sie die zur obigen Aufgabenstellung zugehörige Differentialgleichung auf.

b(5) Lösen Sie die gefundene Differentialgleichung aus Aufgabe 3a.

c(3) Nach welcher Zeit ist die Wanne leer?

Platz für Berechnungen

Aufgabe 3 Ersatz(10 Punkte ohne Gewähr)

Falls es Ihnen nicht gelingt, eine entsprechende Differentialgleichung aufzustellen, können Sie folgende Ersatzaufgabe lösen:

a(7) Lösen Sie die folgende Differentialgleichung:
(Tipp: ggf. müssen Sie zweimal eine Substitution durchführen)

$$y'(x) = \frac{2y}{x} + x \qquad \text{mit der Anfangsbedingung} \qquad y(1) = 1\ .$$

b(3) Überprüfen Sie Ihre gefundene Lösung durch eine Probe.

Bemerkung: Bearbeiten Sie nur eine Alternative (Für Aufgabe 3 gibt es nicht mehr als 15 Punkte ohne Gewähr)