

# KLAUSUR MATHEMATIK

Zeitdauer: 40 Minuten  
Hilfsmittel: alle außer Laptop und programmierbarem Taschenrechner  
Maximale Punktzahl: 100 Punkte

## Aufgabe 1: (70 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösung des folgenden inhomogenen linearen Gleichungssystems!

$$\begin{aligned}x_1 &+ 2x_3 - x_4 = 15 \\2x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 &= 3 \\3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 &= 18 \\-x_1 + x_2 + 3x_3 - 6x_4 &= 12\end{aligned}$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & -1 & 5 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 4 & 18 \\ -1 & 1 & 3 & -6 & 12 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & -1 & -5 & 7 & -27 \\ 0 & -1 & -5 & 7 & -27 \\ 0 & 1 & 5 & -7 & 27 \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & -1 & -5 & 7 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$n = 4, r = 2 \Rightarrow n - r = 2$$

$$x = \begin{pmatrix} 15 \\ 27 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$