Hochschule Ravensburg-Weingarten Wintersemester 2021/2022
Gesundheitsökonomie 09.02.2022
Elmar Benz

KLAUSUR
MATHEMATIK

Zeitdauer:	**40 Minuten**
Hilfsmittel:	**alle außer Laptop und programmierbarem Taschenrechner**
Maximale Punktzahl:	**100 Punkte**

Aufgabe 1: (70 Punkte: je 35**)**

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösung des folgenden inhomogenen linearen Gleichungssystems!

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & 3x_4 & = & 4 \\ -x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 5 \\ 2x_1 & & & + & 5x_3 & - & 5x_4 & = & 6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 7 \end{array}$$

b) Wie lautet die Lösung, wenn die 3. und 4. Gleichung entfallen?

a)
$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -1 & 2 & -3 & 4 \\ --1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 5 & -5 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 7 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 9 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 & 5 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & -20 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -24 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & -32 \end{array}\right)$$

$n = 4, r = 4 \Longrightarrow n - r = 0$ (eindeutige Lösung)

$$x = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ -8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

b)

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 9 \end{array}\right)$$

$$n = 4,\ r = 2 \Longrightarrow n - r = 2$$

$$x = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha * \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta * \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$