

Übungsaufgaben Mathematik 2 Analysis

für die Übungen am 21. und 22.11.24

12. November 2024

Aufgabe 1

Beweisen Sie den folgenden Satz (aus der Vorlesung): Eine Vektorfolge $(\vec{a}_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergiert genau dann gegen $\vec{a}$, wenn alle ihre Koordinatenfolgen gegen entsprechende Koordinaten von $\vec{a}$ konvergieren.

Aufgabe 2

- a) In der industriellen Fertigung werden bei der Qualitätskontrolle Bauteile vermessen und die Werte $x_1, \dots, x_n$ ermittelt. Der Vektor $\vec{d} = \vec{x} - \vec{s}$ gibt die Abweichungen der Messungen zu den Sollwerten $s_1, \dots, s_n$ an. Definieren Sie nun eine Norm auf $\mathbb{R}^n$ derart, daß $\|\vec{d}\| < \varepsilon$ gdw. alle Abweichungen vom Sollwert kleiner als eine gegebene Toleranz ε sind.
- b) Beweisen Sie, daß die in a) definierte Norm alle Axiome einer Norm erfüllt.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}$ folgender Funktionen $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

- a) $f(\vec{x}) = |\vec{x}|$ b) $f(\vec{x}) = x_1^{x_2} + x_1^{x_3}$ c) $f(\vec{x}) = x_1^{(x_2+x_3)}$
d) $f(\vec{x}) = \sin(x_1 + x_2)$ e) $f(\vec{x}) = \sin(x_1 + a x_2)$

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Ableitungsmatrix der Funktion $\vec{f}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} \sqrt{x_1 x_2 x_3} \\ \sin(x_1 x_2 x_3) \end{pmatrix}$.

Aufgabe 5

Geben Sie für $\vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} \sqrt{xy} \\ \sin(e^x + e^y) \end{pmatrix}$ die Tangentialebene im Punkt $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ an.