Aufgabe 3 Ersatz(10 Punkte ohne Gewähr)

Falls es Ihnen nicht gelingt, eine entsprechende Differentialgleichung aufzustellen, können Sie folgende Ersatzaufgabe lösen:

a(7) Lösen Sie die folgende inhomogen lineare Differentialgleichung:

$y'(x) = x \cdot y + x$ mit der Anfangsbedingung y(0) = 0 .

b(3) Überprüfen Sie Ihre gefundene Lösung durch eine Probe.

Bemerkung: Bearbeiten Sie nur eine Alternative (Für Aufgabe 3 gibt es nicht mehr als 20 Punkte ohne Gewähr)

$y' = g(x) \cdot y + h(x)$ hier $g(x) = x$, $h(x) = x$, $x_0 = 0$, $y_0 = 0$

$$G(x) = \int_{x_0}^{x} g(t)\,dt = \int_0^x t\,dt = \tfrac{1}{2}t^2\Big|_0^x = \tfrac{1}{2}x^2$$

$$y(x) = \left[\int_{x_0}^{x} h(t)\, e^{-G(t)}\,dt + y_0\right] e^{G(x)}$$

$$= \left[\int_0^x t\, e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt + 0\right] e^{\frac{1}{2}x^2}$$

$$= \left[-1\, e^{-\frac{1}{2}t^2}\Big|_0^x\right] e^{\frac{1}{2}x^2} = \left[-e^{-\frac{1}{2}x^2} + \underbrace{e^0}_{1}\right] e^{\frac{1}{2}x^2} = e^{\frac{1}{2}x^2} - 1$$

Probe: ls: $y'(x) = e^{\frac{1}{2}x^2} \cdot x$ ✓

rs: $x \cdot \left(e^{\frac{1}{2}x^2} - 1\right) + x = x \cdot e^{\frac{1}{2}x^2} - x + x = x \cdot e^{\frac{1}{2}x^2}$ ✓

$y(0) = e^{\frac{1}{2}0^2} - 1 = e^0 - 1 = 0$ ✓