Klausur Mathematik II (Analysis)

Semester:	AI2 Bachelor **Sommersemester 21**, 22.07.21
Bearbeitungszeit:	60 Minuten
Hilfsmittel:	alle, außer programmierbare Taschenrechner und Computer
Punkteverteilung:	angegebene Zahlen sind Richtwerte (ohne Gewähr)

Event:.....3608 Kennziffer:3811/33808

Lösen Sie die Aufgaben soweit möglich auf dem Aufgabenblatt

Aufgabenblatt bitte nicht vor Beginn der Klausur umdrehen

Name:....................................

MatrikelNr:..............................

Aufgabe	1	2	3	3 Ers.	Sum
Punkte					

Aufgabe 1 (15 Punkte, ohne Gewähr)

a(10) Berechnen Sie das Taylorpolynom der Funktion

$$f(x,y) = e^{x^2-y^2}$$

im Entwicklungspunkt $(x_0/y_0) = (1/-1)$ bis zum Grad 2.

b(5) Wo schneidet die Tangentialebene (die durch den Entwicklungspunkt P(x_0/y_0) geht) die x-y-Ebene?

Aufgabe 2 (15 Punkte, ohne Gewähr)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) := x^2 + y^4 - y^2$$

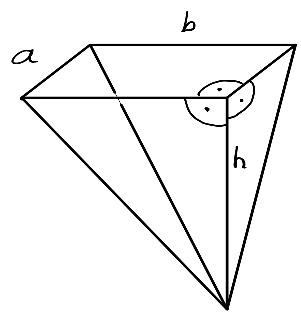
a(4) Bestimmen Sie alle partiellen Ableitungen der Funktion bis zum Grad 2

b(5) Bestimmen Sie **alle** möglichen Kandidaten für Extremwerte.

c(6) Mögliche Kandidaten sind $P_1(0/0), P_2(0/\frac{1}{\sqrt{2}})$ und $P_3(0/-\frac{1}{\sqrt{2}})$
Bestimmen Sie, ob die Kandidaten lokale Minima oder lokale Maxima oder Sattelpunkte oder keine der Möglichkeiten sind.

Aufgabe 3 (20 Punkte ohne Gewähr)

Gegeben seien drei mit Wasser gefüllten Gefässe in Form von umgekehrten Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche. Dabei ist die Länge b des Rechteck doppelt so groß wie die Breite a und die Höhe h der Pyramide dreimal so groß wie die Breite a.
An der Spitze ist ein Auslaß mit einer Fläche von 1 cm^2 Die Höhen der Pyramiden betragen 30 cm bzw. 90 cm bzw. 120 cm. An den Spitzen sind jeweils die Öffnungen mit einem Schieber verschlossen. Wie lange dauert es bis die Pyramiden jeweils leer sind, wenn der jeweilige Schieber geöffnet wird?



Für die Berechnungen liegt folgendes Modell zugrunde:
Der Flüssigkeitsspiegel hat die Form eines Rechtecks.
Am Anfang hat der Flüssigkeitsspiegel jeweils die Höhe h = 30 cm bzw. h = 90 cm bzw. h = 120 cm.
Abflussgeschwindigkeit: $v(t) = 20 \cdot \sqrt{5y(t)} cm/s$ (Gesetz von Torricelli)
wobei y(t) die aktuelle Höhe des Flüssigkeitsspiegels über dem Auslass ist.

a(1) Wie groß ist die Fläche des Wasserspiegels jeweils am Anfang?

b(10) Stellen Sie die zur obigen Aufgabenstellung zugehörige Differentialgleichung auf.

c(6) Lösen Sie die gefundene Differentialgleichung aus Aufgabe 3b.

d(3) Nach welcher Zeit sind die Behälter jeweils leer?

Platz für Berechnungen

Aufgabe 3 Ersatz(10 Punkte ohne Gewähr)

Falls es Ihnen nicht gelingt, eine entsprechende Differentialgleichung aufzustellen, können Sie folgende Ersatzaufgabe lösen:

a(7) Lösen Sie die folgende inhomogen lineare Differentialgleichung:

$y'(x) = x \cdot y + x$ mit der Anfangsbedingung $\mathrm{y}(0) = 0$.

b(3) Überprüfen Sie Ihre gefundene Lösung durch eine Probe.

Bemerkung: Bearbeiten Sie nur eine Alternative (Für Aufgabe 3 gibt es nicht mehr als 20 Punkte ohne Gewähr)