

KLAUSUR MATHEMATIK

Zeitdauer: 40 Minuten
Hilfsmittel: alle außer Laptop und programmierbarem Taschenrechner
Maximale Punktzahl: 100 Punkte

Aufgabe 1: (70 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösung des folgenden inhomogenen linearen Gleichungssystems!

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 15 \\ 2x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & 5x_4 & = & 3 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & = & 18 \\ -x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & - & 6x_4 & = & 12 \end{array}$$

Aufgabe 2: (50 Punkte)

Für die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{l} \max z = 31x_1 + 18x_2 + 25x_3 + 22x_4 \\ \text{NB:} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7 \\ \quad \quad 4x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 16 \\ \quad \quad 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 13 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

ergibt sich nach zwei Iterationen das folgende Tableau:

x_2		0	1	-1	0		2	0	-1		1		
s_2		3	0	1	0		-1	1	0		9		
x_4		1	0	2	1		-1	0	1		6		
		-----										-----	
z		-9	0	1	0		14	0	4		150		

- Geben Sie die aktuellen Basislösungen x , y , s , und t sowie den Zielfunktionswert z an!
- Wie ändert sich z , wenn $x_3 = 1$ wird?
- Wie ändert sich z , wenn in der 1. primalen NB die rechte Seite der Ungleichung 8 ist?
- Berechnen Sie die optimalen Lösungen x^* und y^* sowie das Maximum z^* !

Lösung:

- a) $x^t = (0, 1, 0, 6), y^t = (14, 0, 4), s^t = (0, 9, 0), t^t = (-9, 0, 1, 0), z = 150$
 b) $x_3 = 1$, also $z = 150 - x_3 = 150 - 1 = 149$, z wird um 1 kleiner
 c) $b_1 = 8, y_1 = 14$, also wird z um $y_1 = 14$ größer

x_2		0	1	-1	0		2	0	-1		1		
s_2		3	0	1	0		-1	1	0		9		
x_4		1	0	2	1		-1	0	1		6		
												—	
z		-9	0	1	0		14	0	4		150		

↑

x_2		0	1	-1	0		2	0	-1		1		
x_1		1	0	1/3	0		-1/3	1/3	0		3		
x_4		0	0	5/3	1		-2/3	-1/3	1		3		
												—	
z		0	0	4	0		11	3	4		177		

$$x^{*t} = (3, 1, 0, 3), y^{*t} = (11, 3, 4), z^* = 177$$