Hochschule Ravensburg-Weingarten **Wintersemester 2021/2022**

Gesundheitsökonomie **09.02.2022**

Elmar Benz

K L A U S U R
M A T H E M A T I K

Zeitdauer:	**40 Minuten**
Hilfsmittel:	**alle außer Laptop und programmierbarem Taschenrechner**
Maximale Punktzahl:	**100 Punkte**

Aufgabe 1: (70 Punkte: je 35)

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die Lösung des folgenden inhomogenen linearen Gleichungssystems!

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & 3x_4 & = & 4 \\ -x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 5 \\ 2x_1 & & & + & 5x_3 & - & 5x_4 & = & 6 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 7 \end{array}$$

b) Wie lautet die Lösung, wenn die 3. und 4. Gleichung entfallen?

Aufgabe 2: (50 Punkte)

Für eine lineare Optimierungsaufgabe ergibt sich nach zwei Iterationen das folgende Tableau:

$$\begin{array}{c|cccc|ccc||c|} x_1 & 1 & \frac{2}{3} & -1 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 16 \\ x_4 & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 5 \\ s_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 4 \\ \hline z & 0 & 3 & -7 & 0 & 20 & 2 & 0 & 492 \end{array}$$

a) Geben Sie x, y und z für die aktuelle Basislösung an!

b) Woran können Sie erkennen, dass diese Basislösung (noch) nicht optimal ist?

c) Verbessern Sie diese Lösung einmal! Ist diese Lösung optimal?

Lösung:

a) $x^t = (16, 0, 0, 5)$, $y^t = (20, 2, 0)$, $z = 492$

b) In der z-Zeile gibt es noch einen negativen Koeffizienten.

c)

$$
\begin{array}{c|cccc|ccc||c|}
\hline
x_1 & 1 & \frac{2}{3} & -1 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 16 \\
x_4 & 0 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 5 \\
s_3 & 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & -2 & 0 & 1 & 4 \\
\hline
z & 0 & 3 & -7 & 0 & 20 & 2 & 0 & 492 \\
\hline
\end{array} \leftarrow
$$

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & \uparrow & & & & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|cccc|ccc||c|}
\hline
x_1 & 1 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & 20 \\
x_4 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & -1 & 1 \\
x_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 4 \\
\hline
z & 0 & 3 & 0 & 0 & 6 & 2 & 7 & 520 \\
\hline
\end{array}
$$

Diese Lösung ist optimal: $x^{*t} = (20, 0, 4, 1)$, $y^{*t} = (6, 2, 7)$, $z^* = 520$