

Beweistechnik "Vollständige Induktion"

Zu beweisen: Behauptung $A(n)$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$
mit $n \geq n_0$ $n_0 \in \mathbb{N}$

Beweistechnik

1.) Beweise: $A(n_0)$ ist wahr
(Induktionsanfang)

Beispiel

$$\sum_{v=1}^n v = \frac{n(n+1)}{2}$$

Hier ist $n_0 = 1$

L.S.: $\sum_{v=1}^1 v = 1$

R.S.: $\frac{1(1+1)}{2} = 1$

Ist wahr
(L.S. = R.S.)

2.) Nehme an $A(n)$ ist wahr
für ein beliebiges $n=m$
(Induktionsannahme)

$$\sum_{v=1}^m v = \frac{m(m+1)}{2}$$

3.) Zeige, daß dann auch
 $A(m+1)$ wahr ist
(Induktionsschluß)

fertig!

(unter Verwendung der
Induktionsannahme)

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^{m+1} v &= \sum_{v=1}^m v + m+1 = \frac{m(m+1)}{2} + (m+1) \\ &= \frac{m(m+1) + 2(m+1)}{2} = \frac{(m+1)(m+2)}{2} \end{aligned}$$

= L.S.

R.S.: $\frac{(m+1)(m+2)}{2}$

$\Rightarrow$ L.S. = R.S. Ist wahr!