Hochschule Ravensburg-Weingarten **26.11.2020**
Gesundheitsökonomie – 1.Semester
Übungsaufgaben zur Mathematik

Aufgabe 1:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Summen von je zwei dieser Matrizen und aller drei Matrizen!
b) Bilden Sie sämtliche Produkte aus je zwei dieser Matrizen und aller drei Matrizen!

Aufgabe 2:

Gegeben seien die beiden Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^4$: $x^t = (1; 0; 2; -3)$, $y^t = (1; 1; 6; 0)$
Berechnen Sie die Produkte $x^t y$ und $x y^t$!

Aufgabe 3:

Berechnen Sie AA^t, A^tA, B^tB und $(E - B)^{-1}$!

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 7 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 2a \\ 3a & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & b \\ b & 1 & -b \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 8 & 2 & c \\ c & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad a, b, c \in \mathbb{R}$$

a) Berechnen Sie $A{\cdot}A^t$, $A^t{\cdot}A$, $B{\cdot}B^t$, $B^t{\cdot}B$, $C{\cdot}C^t$ und $C^t{\cdot}C$!
b) Sind die Zeilen von A bzw. B bzw. C linear unabhängig?

Aufgabe 5:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a & a & a \\ 1 & 1 & 1 & a & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 & a^2 & a^2 & a^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & a \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & b & 0 \\ -15 & -5 & b \end{pmatrix} \qquad a, b \in \mathbb{R}$$

Untersuchen Sie die Zeilen und Spalten von A und von B auf lineare Unabhängigkeit!

Aufgabe 6:

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen!

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \\ 5 & 1 & -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Hochschule Ravensburg-Weingarten **26.11.2020**
Gesundheitsökonomie – 1.Semester
Übungsaufgaben zur Mathematik

Aufgabe 7:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ x & x & 0 \\ x & x & x \end{pmatrix}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Berechnen Sie Determinante, Rang und Inverse von A!

Aufgabe 8:
Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme Ax = b mit Hilfe der Inversen, d.h. indem Sie die Gleichung nach x auflösen, also $x = A^{-1}b$!

a)
$$\begin{aligned} 6x_1 + 3x_2 &= 6 \\ 5x_1 + 2x_2 &= 9 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 7x_3 &= 18 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 13 \end{aligned}$$

Aufgabe 9:
Lösen Sie die beiden folgenden homogenen LGS mit dem Gauß-Algorithmus!

a)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 &= 0 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= 0 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 &= 0 \\ 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 10:
Lösen Sie die folgenden inhomogenen LGS mit dem Gauß-Algorithmus!

a)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 &= 15 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 9x_4 + 10x_5 &= 20 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 &= 25 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 10 \\ 4x_1 + 13x_2 + 19x_3 + 15x_4 &= 51 \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 &= 13 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 11x_4 &= 28 \\ 2x_1 + 9x_2 + 12x_3 + 15x_4 &= 38 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 &= 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 3x_5 + x_6 &= 20 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 18 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 &= 37 \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 &= 51 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 &= b_4 \quad (b_4 \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

Aufgabe 11:
Nach einigen elementaren Zeilenumformungen hat ein LGS folgendes Aussehen:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 3 & 2 & 1 & 15 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & z \\ 0 & 0 & 0 & z^2-4 & 2z-4 \end{array}\right)$$

Berechnen Sie die Lösung(en) für z = 0, z = 1, z = 2 und z = – 2!